



Concursul Interjudețean de Matematică "Bogdan Stan"  
Ediția a I-a  
Colegiul National "Radu Greceanu", Slatina, OLT  
28-29 ianuarie 2011

## Subiecte clasa a VIII-a

Problema 1.

Prisma triunghiulară regulată  $ABCA' B' C'$  are latura bazei de lungime  $a$  și înălțimea de lungime  $2a$  ( $a \in \mathbb{R}_+$ ).

Fie  $M \in [A A']$  astfel încât  $MA = \frac{a}{2}$ .

- Demonstrați că planele  $(MBC)$  și  $(MB' C')$  sunt perpendiculare;
- Calculați distanța de la  $B$  la planul  $(MB' C')$ .

*Prof. Nicolae Grigorescu, Slatina*

Problema 2.

Fie dreptele  $a, b$  necoplanare cu  $a \perp b$ .

- Arătați că există o dreaptă  $AB$  cu  $A \in a$  și  $B \in b$  astfel încât  $AB \perp a$  și  $AB \perp b$ .
- Fie  $M \in a$  și  $N \in b$  astfel încât  $AM=BN$ . Arătați că  $\widehat{AMN} = \widehat{MNB}$ .

*Profesori: Teodor Radu, CN "Radu Greceanu" Slatina*

*Aurel Chirita, CN "Ion Minulescu" Slatina*

Problema 3.

Determinați valoarea maximă a expresiei:

$$\sqrt{9+24x-9x^2} - \sqrt{13-12y+4y^2} - \sqrt{9z^2-24z+16}, \quad x, y, z \in \mathbb{R}$$

Pentru ce valori ale lui  $x, y$  și  $z$  se obține valoarea maximă.

*Prof. Doru Anastasiu Popescu, Slatina*

Problema 4.

a) Să se arate că nu există patru numere pozitive  $x_1, x_2, x_3, x_4$  care să verifice inegalitățile:

$$4x_1(1-x_2) > 1, 4x_2(1-x_3) > 1, 4x_3(1-x_4) > 1, 4x_4(1-x_1) > 1.$$

b) Să se determine numerele  $a_1, a_2, a_3, a_4$  pentru care:

$$4a_1(1-a_2) \geq 1, 4a_2(1-a_3) \geq 1, 4a_3(1-a_4) \geq 1, 4a_4(1-a_1) \geq 1.$$

*Maria Pop, Cluj*

### Notă

- Timp de lucru: 2 ore pentru clasele IV, V și 3 ore pentru clasele VI-XII.
- Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se redactează pe câte o coală separată.
- Fiecare subiect este punctat de la 0 la 7 puncte.
- Rezultate: <http://greceanu.ro/concursuri/mate2011/>