



Concursul Interjudețean de Matematică "Bogdan Stan"
Ediția a I-a
Colegiul National "Radu Greceanu", Slatina, OLT
28-29 ianuarie 2011

Subiecte clasa a X-a

Problema 1.

Dacă $a, b, c \in (1, \infty)$ sau $a, b, c \in (0, 1)$ iar $\log_a b = x$, $\log_b c = y$, $\log_c a = z$, demonstrați că

$$\frac{x^7 y^8}{2x+z} + \frac{y^7 z^8}{2y+x} + \frac{z^7 x^8}{2z+y} \geq 1$$

Prof. Gh.Duta, CN "Radu Greceanu", Slatina

Problema 2

Se dau 9 numere complexe, diferite doua cate doua, de modul unitar: z_1, \dots, z_9 . Aratați ca $\exists k, l \in \{1, \dots, 9\}$

cu $k \neq l$ astfel incat $|z_k + z_l| > \sqrt{2}$.

Prof. Ion Tecu, CN "Radu Greceanu",

Slatina Problema 3

Să se rezolve ecuația :

$$4^{x^2-x} = \log_2 x + \sqrt{x-1} + 14$$

Prof. Marin Tolosi, CN "Radu Greceanu", Slatina

Prelucrare după G.M.nr. 7-8-9 ,2010

Problema 4.

Fie $n \in \mathbb{N}^*$ și numerele reale $a_k, b_k, k = \overline{1, n}$ astfel încât b_1, b_2, \dots, b_n sunt strict pozitive și distincte două câte două.

a) Să se arate că dacă $a_1 \cos b_1 x + a_2 \cos b_2 x + \dots + a_n \cos b_n x \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ atunci

$$a_1 = a_2 = \dots = a_n$$

b) Să se arate că dacă $a_k \in \mathbb{R}^*$, $k = \overline{1, n}$ și funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ unde

$f(x) = a_1 \cos b_1 x + a_2 \cos b_2 x + \dots + a_n \cos b_n x$ este periodică atunci $\frac{b_i}{b_j} \in \mathbb{Q}$

Prof. Marin Tolosi, CN "Radu Greceanu", Slatina

Notă

1. Timp de lucru: 2 ore pentru clasele IV, V și 3 ore pentru clasele VI-XII.
2. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se redactează pe câte o coală separată.
3. Fiecare subiect este punctat de la 0 la 7 puncte.
4. Rezultate: <http://greceanu.ro/concursuri/mate2011/>