Concursul Interjudețean de Matematică "Bogdan Stan"
Ediția a I-a
Colegiul National "Radu Greceanu", Slatina, OLT
28-29 ianuarie 2011

Barem clasa a IV-a

Problema 1.

Fiind date două numere formate din două sau mai multe cifre, vom spune ca sunt " prietene " dacă suma cifrelor lor este de aceeşi paritate (exp: 25 si 126 sunt prietene pentru că 2+5 =impar si 1+2+6=impar) iar două mulțimi formate din numere "prietene" sunt "egal combatante" dacă suma cifrelor tuturor numerelor prietene din prima mulțime este egală cu suma cifrelor tuturor numerelor "prietene" din cea de a doua mulțime. Fie $\mathcal{M}$ mulțimea formată din toate numerele de două cifre , mai mici strict decât 50.

a) Dați exemplu de o mulțime cu cinci numere prietene.
b) Arătați că mulțimea $\mathcal{M}$ se poate împarți in două mulțimi formate din numere "prietene" si in acelaşi timp "egal combatante".

Prof. Ion Tecu, Colegiul Național "Radu Greceanu" Slatina

Barem

a) Determinarea unei mulțimi cu cinci numere prietene ………………………………2p
b) Numerele prime având suma cifrelor număr par formează mulțimea
{11,13,15,17,19,20,22,24,26,28,31,33,35,37,39,40,42,44,46,48}………………………1p

Suma cifrelor acestora este 140……………………………………………………………..1p
Numerele prime având suma cifrelor număr impar formează mulțimea
{ 10,12,14,16,18,21,23,25, 27,29,30,32,34,36,38,41,43,45,47,49}………………………………1p
Suma cifrelor acestora este 140……………………………………………………………..1p
Deci cele două mulțimi sunt "egal combatante"…………………………………………………1p

Problema 2.

Din suma S lipsesc trei numere, notate cu a, b, respectiv c.
S=1+2+3+4+5+6+7+8+9+**a+**
+10+11+12+13+14+15+16+17+18+19+**b**+
+20+21+22+23+24+25+26+27+28+29+**c.**
Care este valoarea cea mai mare a sumei S pe care o poate avea ştiind că numerele a şi b au produsul egal cu 2010, iar numerele a şi c au produsul egal cu 2011? Pentru ce valori ale lui a, b, c se obține valoarea cea mai mare a lui S?

prof. Doru Anastasiu Popescu, Colegiul Național "Radu Greceanu", Slatina

Barem

Se observă că:
10+11+12+13+14+15+16+17+18+19=100+(1+2+3+4+5+6+7+8+9)………………………………1p
20+21+22+23+24+25+26+27+28+29=200+(1+2+3+4+5+6+7+8+9)……………………………….1p
1+2+3+4+5+6+7+8+9=45…………………………………………………………………………….1p
Folosind aceste evaluări obținem:
S=45+100+45+200+45+a+b+c, rezultă S=435+a+b+c. ……………………………………………..1p
Suma S este maximă dacă a+b+c este maximă.
Folosind relațiile a·b=2010, a·c=2011, obținem cea mai mare valoare a sumei a+b+c, pentru a=1, b=2010, c=2011. ………………………………………………………………………………………2p
Astfel cea mai mare valoare a lui S va fi 435+1+2010+2011, adică 4457……………………………1p

Concursul Interjudețean de Matematică "Bogdan Stan"
Ediția a I-a
Colegiul National "Radu Greceanu", Slatina, OLT
28-29 ianuarie 2011

Barem clasa a IV-a

Problema 3
Un muncitor lucrează 4 zile ,iar altul lucrează 11 zile.Impartind suma de bani primită de al doilea muncitor la suma de bani primită de primul muncitor obtinem restul 210. Ce sumă de bani a primit fiecare ştiind că pentru fiecare zi lucrată cei doi muncitori au primit sume egale de bani?

Gazeta Matematică

Notam cu $\longleftrightarrow$ suma obtinuta pentru o zi de lucru de fiecare muncitor.
Muncitorul care a lucrat 11 zile va obtine suma
$\longleftrightarrow\longleftrightarrow\longleftrightarrow\longleftrightarrow\longleftrightarrow\longleftrightarrow\longleftrightarrow\longleftrightarrow\longleftrightarrow\longleftrightarrow\longleftrightarrow$…….1p
Muncitorul care a lucrat 4 zile va obtine suma
$\longleftrightarrow\longleftrightarrow\longleftrightarrow\longleftrightarrow$ ………………………………………………. …….1p
Impartind suma muncitorului care a lucrat 11 zile la suma muncitorului care a lucrat 4 zile obtinem catul 2 si restul 3 segmente
$\longleftrightarrow\longleftrightarrow\longleftrightarrow$ = 210 ………………………………………………. …….2p
$\longleftrightarrow$ =210:3= 70 lei ………………………………………………. …….1p
Suma primului muncitor va fi: 70x11=770 lei...…………………………………………………1p
Suma celui de al doilea muncitor va fi : 70x4=280 ……………………………………………...1p