

Soluții Matematică

Proba 1

$$xy+xz+yz=xyz$$

$$\frac{xy+yz+xz}{xyz}=1$$

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1$$

$$\frac{147x+2018}{x}+\frac{420y+2018}{y}+\frac{211z+2018}{z}$$

$$=147+\frac{2018}{x}+420+\frac{2018}{y}+211+\frac{2018}{z}$$

$$=778+2018\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)$$

$$=2796$$

Proba 2

$$\max(\sqrt{5}; 2,4)=2,4$$

$$\min(|-7|; 7; -3)=-3$$

$$\max(|\sqrt{7}-\sqrt{5}|; |3-\sqrt{10}|; |\sqrt{5}+\sqrt{2}|)=\sqrt{5}+\sqrt{2}$$

$$\min(-\sqrt{5}; -\sqrt{3})=-\sqrt{5}$$

$$\text{Rezultat: } 4,8+12\sqrt{5}$$

Proba 3

Dacă $BC = x$ și $m(\widehat{CAB}) = \alpha$, atunci $AC = 2x$ și $m(\widehat{ACB}) = 2\alpha$.

Pe semidreapta (BC) se consideră un punct D astfel încât $DC = 2x$.

Rezultă triunghiul ABC ($AC = DC$) și cum \widehat{ACB} este unghi exterior

triunghiului ACD rezultă $m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{ADC}) = \alpha$.

Acum, $\Delta ABC \sim \Delta DBA$ ($\widehat{CAB} = \widehat{ADB}$ și \widehat{B} este comun) implică

$$\frac{AB}{DB} = \frac{BC}{AB}, \text{ de unde } AB^2 = 3x^2. \text{ Cu aceasta, în triunghiul } ABC$$

avem $AC^2 = BC^2 + AB^2 (4x^2 + x^2 + 3x^2)$ și din reciproca teoremei

lui Pitagora rezultă $m(\widehat{B}) = 90^\circ$. Din $m(\widehat{C}) = 2m(\widehat{A})$

rezultă $m(\widehat{A}) = 30^\circ$ și $m(\widehat{C}) = 60^\circ$

Proba 4

Notam:

a=nr. de triunghiuri echilaterale

b=nr. de triunghiuri isoscele

c=nr. de triunghiuri dreptunghice

d = nr. de triunghiuri dreptunghic-isoscele

Un triunghi echilateral are: 3 segmente negre; 3 segmente doar rosii

Un triunghi isoscel are: 3 segmente negre; 9 segmente doar rosii

Un triunghi dreptunghic are: 3 segmente negre; 10 segmente doar rosii

Un triunghi dreptunghic-isoscel are: 3 segmente negre; 7 segmente doar rosii

Din $3a+3b+3c+3d=27$ și $3a+9b+10c+7d=58 \Rightarrow$

$$6b+7c+4d=31 \Rightarrow 7c < 31 \Rightarrow c < 31/7$$

$$\text{și } \Rightarrow c \in \{1, 2, 3, 4\}$$

$$c \in \mathbb{N}^*$$

Cazul 1: Dacă $c=1 \Rightarrow 6b+4d=24 \Rightarrow 3b+2d=12 \Rightarrow 2d=12-3b \Rightarrow 2d=3(4-b) \Rightarrow 3|2d$

$$\Rightarrow 3|d$$

$$(3, 2) = 1$$

$$3b+2d=12 \Rightarrow 2d < 12 \Rightarrow d < 6$$

$$d < 6$$

$$3|d \Rightarrow d=3$$

$$d \in \mathbb{N}^*$$

$$3b+2d=12 \Rightarrow 3b+6=12 \Rightarrow 3b=6 \Rightarrow b=2$$

$$a+b+c+d=9 \Rightarrow a+2+1+3=9 \Rightarrow a=3$$

Deci, $a=3$; $b=2$; $c=1$; $d=3$.

Cazul 2: Dacă $c=2 \Rightarrow 6b+7c+4d=31 \Rightarrow 6b+14+4d=31 \Rightarrow 6b+4d=17 \Rightarrow M_2+M_2=M_2+1 \Rightarrow M_2=M_2+1 \Rightarrow$ absurd

Cazul 3: Dacă $c=3 \Rightarrow 6b+7c+4d=31 \Rightarrow 6b+21+4d=31 \Rightarrow 6b+4d=10 \Rightarrow 3b+2d=5 \Rightarrow$

$$3b < 5 \Rightarrow b < 5/3$$

$$\Rightarrow b=1 \Rightarrow d=1$$

$$b \in \mathbb{N}^*$$

Deci, $a=4$; $b=1$; $c=3$; $d=1$.

Cazul 4: Dacă $c=4 \Rightarrow 6b+7c+4d=31 \Rightarrow 6b+28+4d=31 \Rightarrow 6b+4d=3 \Rightarrow 2(3b+2d)=3 \Rightarrow 2|3 \Rightarrow$ absurd.

Proba 5

Se aleg aleatoriu 20 de monede, se pun într-o grămadă separată și se întorc cu cealaltă parte în sus.

Presupunem că din cele 20 de monede alese doar 5 sunt cu fața argintată în sus, iar restul de 15 cu cea aurită. Astfel, în grămada inițială au mai rămas doar 15 monede argintate. Întorcând cele 20 de monede alese, nu facem decât să obținem 15 monede argintate și 5 aurite, exact la fel ca în grămada din care le-am luat inițial.

Barem TIC

Creativitate	5p
Îmbinări de culoare	5p
Salvarea cu numele cerut	5p
Crearea unui document Word cu numele cerut	2p
Inserearea siglei create anterior	2p
Salvarea documentului cu parola ceruta	11p
Crearea unui document Excel cu numele cerut	2p
Crearea unei foi de calcul cu numele cerut	5p
Crearea tabelului cerut cu date reale sau fictive	8p
Realizarea formulei propuse $=(\text{Calcul!B2} + \text{Calcul!B3})/2$	12p
Formatarea celulelor pentru ca numerele sa fie scrise cu 5 zecimale	8p
Utilizarea unelei „Validare date” pentru a realiza cerinta propusa	15p
Crearea formulei necesare pentru a rezolva cerinta data	20p

Soluții Programare

Problema HACKER

c) Se folosesc vectorii de frecvență

Problema FULL METAL

Rezolvare trivială pentru 30 puncte, iar pentru punctaj maxim se împarte șirul în bucăți de \sqrt{n} . ☺ ☺ ☺ ☺ ☺