



I	2	M	
N	0	A	
F	1	T	
O	7	E	
C	O	T	G
	N	L	R

Colegiul Național "Radu Greceanu"
 Concursul Județean de Informatică și
 Matematică **INFO-OLT**, Ediția a VI-a,
 10 mai 2017
Grupa medie: clasele V-VI.

Subiectul 1. Un vapor mergând cu o viteză constantă, parcurge distanța de 350km între porturile K și M în 7 ore. După 2 ore din K pleacă o barcă care ajunge vaporul într-un port intermediar aflat la 50km de portul M. Aflați viteza bărcii.

Rezolvare:

Calculăm viteza vaporului:

$$v_1 = 350/7 = 50 \text{ km/h} \dots\dots\dots 3\text{p}$$

Calculăm timpul în care ajunge barca în M

$$t = (350 - 50) / 50 = 6 \text{ h} \dots\dots\dots 3\text{p}$$

Calculăm viteza bărcii

$$v_2 = (300 / 6) - 2 = 300 / 4 = 75 \text{ km/h} \dots\dots\dots 3\text{p}$$

Subiectul 2. Gigel vrea să cumpere un calculator. Știind că în prima zi prețul calculatorului a crescut cu 20%, a doua zi scade cu 5% din noul preț iar a treia zi crește cu 15%. Știind că prețul calculatorului după cele 3 zile este 2210, care este prețul său inițial?

Rezolvare:

Notăm cu x prețul calculatorului.

$$\text{După prima zi avem } x + x/5 = 6x/5 \dots\dots\dots 2\text{p}$$

$$\text{După a doua zi avem } 6x/5 - 6x/100 = 114x/100 \dots\dots\dots 2\text{p}$$

$$\text{După ultima zi avem } 114x/100 + 114x/60 = 884x/300 = 221x/125 \dots\dots\dots 3\text{p}$$

Ecuția finală devine:

$$221x/125 = 2210$$

$$x = 125 * 2210 / 221 = 1250 \text{ lei} \dots\dots\dots 2\text{p}$$

Subiectul 3. Se dau numerele naturale:

$$a = (2^{20} : 4^5 - 1024 + 10^2 - 2^6 - 6^2)^{2011} + 2011^2 - 2010 * 2011$$

$$b = 2 * 10^3 + 1 - 2^4 * 5^3$$

i) Calculați $(a - 2010b)^{2011}$.

ii) Arătați că $2012(a+b)$ este pătrat perfect.

Rezolvare:

După rezolvarea calculelor, ajungem la:

$$a = 2011 \dots\dots\dots 2\text{p}$$

$$b = 1 \dots\dots\dots 2\text{p}$$

$$\text{i) } (2011 - 2010 * 1)^{2011} = 1 \dots\dots\dots 2\text{p}$$

$$\text{ii) } 2012 * (2011 + 1) = 2012 * 2012 = 2012^2 \dots\dots\dots 3\text{p}$$

Subiectul 4. Să se determine cel mai mare divizor comun al numerelor naturale a și b care au suma 86, iar la împărțirea lui a la b se obține câtul 4 și restul r.



I	2	M	
N	0	A	
F	1	T	
O	7	E	
C	O	T	G
	N	L	R

Colegiul Național "Radu Greceanu"
 Concursul Județean de Informatică și
 Matematică **INFO-OLT**, Ediția a VI-a,
 10 mai 2017
Grupa medie: clasele V-VI.

Rezolvare:

- $a = 4b + r \Rightarrow 4b \leq a < 5b \Rightarrow 4b + b \leq a + b < 5b + b \Rightarrow$ 2p
- $\Rightarrow 5b \leq a < 6b \Rightarrow 5b \leq 86 < 6b \Rightarrow 14 < b \leq 17 \Rightarrow$ 2p
- $\Rightarrow b \in \{15, 16, 17\}$ 2p
- Dacă $b = 15 \Rightarrow a = 71 \Rightarrow (a, b) = 1$ 1p
- Dacă $b = 16 \Rightarrow a = 70 \Rightarrow (a, b) = 2$ 1p
- Dacă $b = 17 \Rightarrow a = 69 \Rightarrow (a, b) = 1$ 1p

Subiectul 5. Se dau numerele naturale a, b, c astfel încât $a(b+c) = 2009, b(a+c) = 2010, c(a+b) = 2011$ și $a, b, c > 0$ Câți divizori are numărul $(abc)^2$?

Rezolvare.

- $a(b+c) = 2009 \Rightarrow ab + ac = 2009$ (1)1p
- $b(a+c) = 2010 \Rightarrow ab + bc = 2010$ (2)1p
- $c(a+b) = 2011 \Rightarrow ac + bc = 2011$ (3)1p
- Scădem (2)-(1) $\Rightarrow bc - ac = 1$ 2p
- Adunăm relația (3) $\Rightarrow bc = 1006 \Rightarrow ac = 1005 \Rightarrow ab = 1004$
- $\Rightarrow (abc)^2 = ab \cdot ac \cdot bc = 1004 \cdot 1005 \cdot 1006 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 67 \cdot 251 \cdot 503$ 2p
- \Rightarrow numărul divizorilor este egal cu 1282p

Observatie

Problema nu este consistenta. In sensul ca nu exista numere cu proprietate din enunt. Acest lucru rezulta din faptul ca $(abc)^2$ are factori primi cu exponenti impari. Contradictie cu $(abc)^2$ patrat perfect. Copii, care au specificat acest lucru au fost punctati corespunzator.



I	2	M	
N	0	A	
F	1	T	
O	7	E	
C	O	T	G
	N	L	R

Colegiul Național "Radu Greceanu"
Concursul Județean de Informatică și
Matematică **INFO-OLT**, Ediția a VI-a,
10 mai 2017
Grupa medie: clasele V-VI.