

## Grupa medie (clasele V-VI)    Matematică

### Problema 1

a) Aratam ca  $\frac{n-1}{n} < \frac{n}{n+1} \Leftrightarrow (n-1)(n+1) < n^2 \Leftrightarrow n^2-1 < n^2 \Leftrightarrow 0 < 1$  (A)

$$\Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$$

$$\frac{5}{6} < \frac{6}{7}$$

...

$$\frac{97}{98} < \frac{98}{99}$$

$$\frac{99}{100} < 1$$

Inmultind relatiile obtinem  $A < B$ .

b)  $A \cdot B = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{99}{100}$

$$A \cdot B = \frac{1}{100}$$

c) Din a),  $A < B$ .  $\cdot A$

$$\Rightarrow A^2 < A \cdot B$$

$$\text{Dar } A \cdot B = \frac{1}{100}$$

$$\Rightarrow A^2 < \frac{1}{100}$$

Cum  $A > 0$ ,  $\Rightarrow A < \frac{1}{10}$

### Problema 2

$U(1996^x) = 6$  deci raspunsul va fi  $U(S) = U(6 \cdot 2015) = 0$  deci ultima cifra ceruta va fi  $3 \cdot 0 + 8 = 8$

### Problema 3.

Punctajele posibile obtinute la problema sunt 0,1,2....10, deci 11 punctaje distincte.

Presupunem prin reducere la absurd ca maxim 3 copii au acelasi punctaj. Asta inseamna ca avem 33 punctaje.

Cum avem 35 de copii rezulta conform Principiului Cutiei ca cel putin 4 copii au acelasi punctaj.

### Problema 4

Observam  $2x < 2x+1$ , deci  $4y$  va fi si el mai mic decat  $2y+3$ , rezulta  $2y < 3$ . Cum  $y$  este natural rezulta  $y$  poate fi 0 sau 1.

Daca  $y=0$  avem  $x=0$  si  $z=0$ .

Daca  $y=1$  avem  $x=2$  si  $z=6$ .

### Problema 5

Daca  $a \cdot b \cdot c$  este prim rezulta ca 2 dintre numere sunt 1 iar cel de-al treilea poate fi 2,3,5 sau 7.

Se ia si se analizeaza numerele 113,115,117,112,131,121,151,171,211,311,511,711.

Numerele prime sunt : 113, 131, 311, 211 .